

# ПРОГРАММА СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## ПО МАТЕМАТИКЕ

### ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа среднего общего образования (профильный уровень) по математике для X-XI классов муниципального общеобразовательного учреждения «Средняя общеобразовательная школа №4», г.Малоярославца Малоярославецкого района Калужской области (далее – Программа) создана на основе федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования (профильный уровень) по математике и примерной программы среднего (полного) общего образования по математике для X-XI классов (профильный уровень). Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и дает примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Программа служит ориентиром для учителей школы при составлении рабочих программ по математике. Она не ограничивает учителей в выборе одного УМК по математике в ущерб другим. Основные принципы организации учебного материала, его структурирование, последовательность изучения и распределение по классам определяются в конкретных рабочих программах.

Программа включает три раздела: пояснительную записку; основное содержание с примерным распределением учебных часов по разделам курса; требования к уровню подготовки выпускников. В профильном курсе содержание образования, представленное в основной школе, развивается в следующих направлениях:

- систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений;
- развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;
- систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;
- расширение системы сведений о свойствах плоских фигур, систематическое изучение свойств пространственных тел, развитие представлений о геометрических измерениях;
- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;
- совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
- формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

#### Цели

Изучение математики в старшей школе на профильном уровне направлено на достижение следующих целей:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- **овладение** устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

### **Место предмета в школьном учебном плане**

Школьный учебный план предусматривает обязательное изучение математики на профильном уровне среднего общего образования в объеме 414 часов. В том числе: в X классе – 210 часов, XI классе – 204 часа.

При этом в ней предусмотрен резерв свободного учебного времени в объеме 50 учебных часов для реализации авторских подходов, использования разнообразных форм организации учебного процесса, внедрения современных методов обучения и педагогических технологий.

### **Общеучебные умения, навыки и способы деятельности**

В ходе изучения математики в профильном курсе старшей школы учащиеся продолжают овладение разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, использования различных языков математики для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

решения широкого класса задач из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач;

планирования и осуществления алгоритмической деятельности: выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; использования и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и результатов эксперимента; выполнения расчетов практического характера;

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин и реальной жизни; проверки и оценки результатов своей работы, соотнесения их с поставленной задачей, с личным жизненным опытом;

самостоятельной работы с источниками информации, анализа, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт.

### **Результаты обучения**

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все выпускники, изучавшие курс математики по профильному уровню, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс средней (полной) школы. Эти требования структурированы по трем компонентам: «знать/понимать», «уметь», «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». При этом последние две компоненты представлены отдельно по каждому из разделов, содержания.

Очерченные стандартом рамки содержания и требований ориентированы на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

## **Обязательное содержание (420 ч)**

### **ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ (70 ч)**

Делимость целых чисел. Деление с остатком. *Сравнения*. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. *Возведение в натуральную степень (формула Муавра)*. *Основная теорема алгебры*.

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых

алгебраических уравнений. *Схема Горнера*. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. *Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены*.

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

### **ТРИГОНОМЕТРИЯ (30 ч)**

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. *Формулы половинного угла*. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента*. Преобразования тригонометрических выражений.

*Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства*.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

### **ФУНКЦИИ (30 ч)**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). *Выпуклость функции*. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. *Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций*.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. *Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики*.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , *растяжение и сжатие вдоль осей координат*.

### **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА (30 ч)**

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. *Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах*.

Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

*Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты*.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. *Производные сложной и обратной функций*. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

### **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА (70 ч)**

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений *и неравенств*.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

### **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (20 ч)**

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных*.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества.

Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события*.

### **ГЕОМЕТРИЯ (120 ч)**

#### **Геометрия на плоскости.**

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

*Теорема Чебы и теорема Менелая.*

*Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.*

*Неразрешимость классических задач на построение.*

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.*

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.*

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

*Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).*

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. *Осевые сечения и сечения параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения. *Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса.* Касательная плоскость к сфере. *Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.*

*Цилиндрические и конические поверхности.*

**Объемы тел и площади их поверхностей.** *Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.*

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. *Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

**Резерв 50 ч.**

## Требования к уровню подготовки выпускников

**В результате изучения математики на профильном уровне в старшей школе ученик должен**

### **Знать/понимать**<sup>1</sup>

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;

<sup>1</sup> Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются и знания, необходимые для применения перечисленных ниже умений.

- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### **Числовые и буквенные выражения**

#### **Уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

#### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

### **Функции и графики**

#### **Уметь**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

#### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

### **Начала математического анализа**

#### **Уметь**

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной,;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;

#### **Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

### **Уравнения и неравенства**

#### **Уметь**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- построения и исследования простейших математических моделей.

**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

**Уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять, в простейших случаях, вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

**Геометрия**

**Уметь:**

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для**

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.